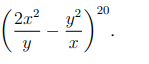
1. Utiliza la fórmula del binomio de Newton para demostrar las siguientes igualdades: 

1. Sea a=1, b=-1
2. Sea a=1, b=c-1

2. Calcula el término que contiene x 31 en el desarrollo de  .

a= 2x^2/y

b=-y^2/x

n=20

(a+b)^n =

Término x^31 cuando 2(20-k)-k = 31 => 40 -3k = 31 => k=3

Término k=3:

3. Calcula el coeficiente de a^2 b^4 en 

= \*(3a^i \* -b^2j \* b^-k)

a^2 => i=2

b=4 =>2j-k = 4 => k= 2j-4

2+j+2j-4 = 7

3j = 9 -> j=3 => k=2

O coeficiente é (7|2\*3\*2)\*(3a^2 -b^4)

4. Un gimnasio abre todos los días de la semana y cada socio acude, al menos tres, días por semana. ¿Cuál es el número mínimo de socios que debe tener para garantizar que, cada semana, al menos dos de ellos van los mismos días?

Pueden ir 3,4,5,6 o 7 días. Entonces, el número de posibilidades es:

= =128-1-7-21 = 99

Si hay 99 posibilidades, deben haber al menos 100 socios.

5. En “Il Circolo Πzzeria” esta semana tienen una oferta irresistible: todas aquellas pizzas que lleven, al menos, cuatro ingredientes diferentes elegidos de entre los ocho disponibles, están a mitad de precio. ¿Cuántas pizzas están en oferta?

(8|4) + (8|5) + (8|6) + (8|7) + (8|8)

6. El jefe de recursos humanos de una empresa dedicada a desarrollo de software acaba de seleccionar a 11 programadores y quiere formar equipos con ellos. ¿De cuántas formas diferentes puede agrupar los 11 programadores si no quiere hacer más de 7 equipos?

x0 + x1 + … + xk = 11, con k<=7.

Cada x debe ser al menos 1. Entonces:

y0 + y1 + … + yk = 11-k

El número de combinaciones posibles es CR(k,11-k). Es decir, C(10|k-1)

Entonces:

+10|6

2.4 Principio de inclusión-exclusión

1. Calcula el número de ordenaciones distintas que se pueden hacer con las cifras del número 348 625 901 en cada uno de los casos siguientes. (a) Empiezan por 34 y terminan en 901. (b) Empiezan por 34 o terminan por 901.

1. nos quedan por ordenar las cifras (8625). Existen 4!combinaciones.
2. Calculamos las que empiezan por 34, sumamos las que terminan por 901 y restamos las que cumplen ambas.

7! + 6! - 4!

2. En una cantera necesitan transportar 11 bloques de granito iguales y cuentan con cuatro camiones. ¿De cuántas maneras pueden organizar una expedición con los cuatro camiones, teniendo en cuenta que ninguno de ellos puede cargar más de tres bloques?

Sea xi la cantidad de bloques que carga el camión i:

x1+x2+x3+x4 = 11, con x€[1,3]

Como x es al menos 1: y = x-1

y1+y2+y3+y4 = 7, con y[0,2]

El número de combinaciones totales posibles con cualquier valor positivo de yi serán CR(4,7) = C(10,7)

Definimos la propiedad de que el camión i cargue más de 3 bloques:

Ai = [yi | y>2]

Debemos encontrar el cardinal de su complementario:

|Ai’| = [yi | y<3]

El número de combinaciones que cumplen la condición expresa será |A1’^A2’^A3’^A4’], Conocemos que ||A1’^A2’^A3’^A4’]| = 10|4 - |[A1 U A2 U A3 U A4]|

Podemos calcular o valor desta unión mediante o principio de inclusión e exclusión:

**|[A1 U A2 U A3 U A4]|** = |A1| + |A2| + |A3| + |A4| - ||[A1 ^ A2]| - |[A1 ^ A3]| - |[A1 ^ A4]| - |[A2 ^ A3]| - |[A2 ^ A4]| - |[A3 ^ A4]| + |[A1 ^ A2 ^ A3]| + |[A1 ^ A2 ^ A4]| + |[A2 ^ A3 ^ A4]| + |[A1 ^ A3 ^ A4]| - ||A1^A2^A3^A4]|

Cada un dos conxuntos Ai definirse como aquel no que y>2, e polo tanto sustituímolo por z=y-3:

z0 + y1 + y2 + y3 = 4

O número de posibilidades para esta ecuación é o mesmo que |Ai| para todo i, é dicir, CR(4,4) = 7|4

No caso da intersección |[A1 ^ A2]|, dous elementos yi,  serán reemprazados por zi, quedando a ecuación:

z0 + z1 + y2 + y4 = 1

Para esta ecuación hai CR(4,1) = 4|1 posibilidades.

No caso da triple intersección, quedaría unha ecuación sin solución, tendo en conta que nos daría:

z0 + z1 + z2 + y4 = -2

Porén, se zi e yi son maiores ou iguales que 0, a ecuación non ten solución. Ocorre o mesmo no caso da cuádruple intersección. Entón,

**|[A1 U A2 U A3 U A4]| =** 4\*(7|4) - 6\* (4|1)

O número de posibilidades válidas que procuramos será:

10|7 - (4\*(7|4) + 6\*(4|1)) = 4

3. ¿Cuántos números enteros entre 1 y 10 000 son múltiplos de 8 o de 6 o de 5?

Múltiplos de 8: 1250

Múltiplos de 6: 1666

Múltiplos de 5: 2000

Múltiplos de mcm(6,8=24): 416

Múltplos de 40: 250

Múltiplos de 30: 333

Múltiplos de mcm(8,6,5) = 83

1250+1666+2000-416-250-333+83= 4000 múltiplos

4. Queremos formar códigos de longitud 8 utilizando vocales. Calcula cuántos códigos distintos se pueden formar en cada uno de los siguientes casos. (a) Sin restricciones. (b) En los códigos no aparece la letra a. (c) Los códigos tienen, al menos, una a, una e y una u.

1. Combinaciones de 8 elementos utilizando {a,e,i,o,u}: VR(5,8)=5^8
2. Combinaciones de 8 elementos utilizando {e,i,o,u}: VR(4,8) = 4^8

A = códigos sin a, 48

E = códigos sin e, 48

U = códigos sin u, 48

A’ ^ E’ ^ U’ = (AUEUU)’ = 5^8 - |A U E U U| = 58 - (|A| + |E| + |U| - |A^E| - |A^U| - |E^U| + |A^E^U|)

|A^E| = |E^U| = |A^U| = 3^8

|A^E^U| = 2^8

|A’^E’^U| = 58 - 3\*48 + 3\*38 - 28 = 213444

5. Un gestor de procesos necesita repartir 32 tareas equivalentes entre 3 equipos: uno de ellos integrado mayoritariamente por becarios en formación y otros dos por personal consolidado. ¿De cuántas maneras distintas puede hacer la asignación en cada uno de los siguientes supuestos? (a) A los dos consolidados quiere asignarle no menos de 4 tareas, y no menos de 10 al de los becarios. (b) En el supuesto anterior, si, además, el gestor no quiere darle más de 10 tareas a los consolidados ni más de 15 a los becarios. (c) Volviendo al primero de los supuestos, el gestor desea distinguir a los dos equipos consolidados entre sí, asignándoles números distintos de tareas.

Sea xi las tareas realizadas por el grupo i:

x1+x2=32. Se sabe que x2>=8 y x1>=10. Entonces:

y1=x1-10, y2=x2-8

y1+y2 = 14

Posibilidades totales: CR(14,2) = 15|2

b)

Sean C1 las posibilidades donde los becarios tienen más de 15 tareas (y1>5). Sean C2 las posibilidades donde los consolidados tienen más de 10 tareas (y2>2).

Buscamos el número |C1’ ^ C2’| = |C1 U C2|’ = 19|2 - |C1 U C2|

C1 U C2 = |C1| + |C2| - |C1 ^ C2|

|C1|: Si y1>5, podemos realizar z1=y1-6.

z1+y2 = 12. Posibilidades totales: CR(12,2) = (13|2)

|C2|: Si y2>2, z2=y2-3

y1 + z2 = 11. CR(11,2) = (12|2)

|C1^C2|:

z1 + z2 = 5. CR(5,2) = 6|2.

Entonces, |C1’ ^ C2’| = 15|2 - 13|2 - 12|2 + 6|2

c)

Sea xi las tareas realizadas por el grupo i:

x1+x2+x3=32. Se sabe que x2>=4, x3>=4 y x1>=10. Entonces:

x1+x2+x3=12. Posibilidades totales: CR(12,3) = (13|3)

6. En un laboratorio con 20 ordenadores, 7 alumnos están practicando para un examen. El día del examen son llamados por lista y se les asigna un ordenador. ¿Qué probabilidad (la probabilidad viene dada por el cociente entre el número de casos favorables y el de casos posibles) hay de que a ninguno de ellos le toque el ordenador en que practicaba?

Sea Ci las posibilidades en las que el alumno i se sienta en el ordenador en el que practicaba.

Buscamos calcular |C1 U C2 U C3 U C4 U C5 U C6 U C7|.

Para esto, debemos calcular las posibilidades de cada Ci, restarle las posibilidades de intersección entre dos Ci, sumarle las posibilidades de intersección entre tres Ci y así hasta llegar a la intersección total.

Debemos calcular también el número de intersecciones entre n elementos que existen teniendo 7 elementos:

C(7,1) = 7|1 (7 elementos)

C(7,2) = 7|2 = 21 intersecciones de 2 elementos

C(7,3) = 7|3 = 35 intersecciones de 3 elementos

C(7,4) = 7|3 = 35 intersecciones de 4 elementos

C(7,5) = 7|2 = 21 intersecciones de 5 elementos

C(7,6) = 7|1 (7 intersecciones de 6 elementos)

C(7,7) = 7|0 (1 elemento)

Ahora calculamos |Ci|. Si conocemos que un estudiante se sienta en su asiento previo, los demás podrían ir sentados en cualquiera. El número de posibilidades es V(19,6).

Esto se cumple para los siguientes casos, siendo |Ai ^ Aj| = V(18,5). Se cumple que |Ai ^ Aj ^ … ^ Aik| = V(20-k, 7-k).

En conclusión, los casos no favorables son:

Por lo que la probabilidad pedida es:

7. Este curso, tres departamentos están dispuestos a ofertar trabajos de fin de grado para un total de n estudiantes. ¿De cuántas formas puede realizarse la oferta de n TFG si se quiere utilizar los tres departamentos?

Sean E = {e1, …, en} los estudiantes, y D = {d1,d2,d3} los departamentos. Realizar la oferta de n TFG es equivalente a establecer la aplicación lineal entre E y D. Dado que se quiere utilizar los tres departamentos, la aplicación debe ser sobreyectiva.

Sea U el conjunto de aplicaciones que se pueden establecer entre E y D. Sea Fi el connjunto de aplicaciones para las cuales el elemento di no pertenece a la imagen. Por ejemplo, F1 es el conjunto de aplicaciones a cuya imagen no pertenece d1.

El número de aplicaciones válidas sobreyectivas que podemos establecer es U - (F1 U F2 U F3) = |U| - (|F1| + |F2| + |F3| - |F1^F2| - |F1^F3| - |F2^F3| + |F1^F2^F3|) = 3n - 3\*2n + 3

|U| = 3n

|Fi| = 2n

|Fi^Fj| = 1

|Fi^Fj^Fk| = 0

8. ¿En cuántos DNI de ocho cifras aparecen todos los dígitos impares?

Calculamos los DNI que no tienen todos los números impares, es decir, no tienen 1, 3, 5, 7 o 9.z

Sea Di los dni sin un número impar, siendo i=1,2,3,4,5 para los 5 números impares de 1 cifra.

D1 U D2 U D3 U D4 U D5 = (-1)n+1 \* (5|n) \* |(Di ^ Dj ^ … ^Dn)|

|Di| = Combinaciones de 8 cifras con 9 cifras posibles. 98

|Di^Dj| = 88

|Di^Dj^Dk| = 78

|Di^Dj^Dk^Dl| = 68

|Di^Dj^Dk^Dl^Dm| = 58

D1 U D2 U D3 U D4 U D5 = (5|1)\*98 - (5|2)\*88 + (5|3)\*78 - (5|4)\*68 + (5|5)\*58 = 96320750

DNIs totales: 108

DNIs con todos los números impares: 108 - 96320750 = 3679250

9. En la pasada Feira do Ensino en Galicia, cada participante recibía un anagrama con las letras UDCUSCUVIGO, y aquellos en los que no aparecían ninguno de los acrónimos UDC, USC o UVIGO tenían derecho a un obsequio. Por ejemplo, el anagrama GUVCIUSCUDO no tendría obsequio, porque aparece USC. De todos los posibles anagramas, ¿cuántos son ganadores?

Combinaciones posibles: PR(11, 3, 2, 1,1,1,1,1) = = 11! / 3! / 2! = 3326400

A1 = aparece UDC

A2 = aparece USC

A3 = aparece UVIGO

A1’ ^ A2’ ^ A3’ = 3326400 - (A1 U A2 U A3) = 3326400 - (|A1| + |A2| + |A3| - |A1^A2| - |A2 ^ A3| - |A1 ^ A3| + |A1^A2^A3|)

|A1|= Tomamos UDC como un bloque. Puede aparecer en cualquier posición pero completo y ordenado.

Consideramos los anagramas de **[UDC]**USCUVIGO: PR(9, 2, 1,1,1,1,1,1,1) = 9! /2!

|A2| = Tomamos USC como un bloque. mismas posibilidades: 9!/2!

|A3| = Consideramos los anagramas de **[UVIGO]**USCUDC: PR(7,2,2,1,1,1): 7!/2!/2!

|A1^A2|: Consideramos los anagramas de [**UDC][USC]**UVIGO: PR(7, 1,1,1,1,1) = 7!

|A1^A3|: Consideramos los anagramas de [**UDC][UVIGO]**USC PR(5, 1,1,1,1,1) = 5!

|A3^A2|: Consideramos los anagramas de **[USC][UVIGO]**UDC: PR(5, 1,1,1,1,1,) = 5!

|A1^A2^A3| = 3!

A1’ ^ A2’ ^ A3’ = 3326400 - 9!/2! - 9!/2! - 7!/2!/2! + 7! + 5! + 5! - 3!

**10. ¿De cuántas maneras se pueden disponer 8 reyes en un tablero de ajedrez, sin que haya dos en la misma fila ni en la misma columna y sin que se amenacen entre ellos?**

Si disponemos 8 reyes en un tablero de 8 filas y 8 columnas y los reyes no pueden compartir fila ni columna, necesariamente hay 1 rey por fila y columna.

Las formas totales de disponer los reyes son 8!: el primero puede ir en cualquiera de las 8 filas, el segundo debe ir en una de las 7 libres…

Para que no se amenacen, los reyes que están en filas adyacentes no deben estar también en columnas adyacentes.

Sean i = {1,2,3,4,5,6,7} los reyes, ignorando al de más a la derecha. Sea Ci la propiedad de que el rey i esté amenazado..

Debemos calcular las formas de colocar los reyes sin que ninguno esté amenazad. Entonces, debemos calcular 8! - (C1 U C2 U C3 U C4 U C5 U C6 U C7).